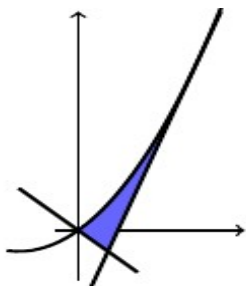
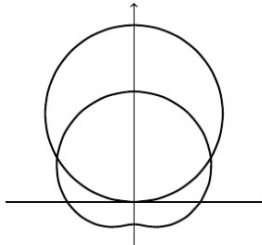


**ĐÁP ÁN TOÁN 2 – HỌC KỲ 1 NĂM HỌC 2024-2025**

Ngày thi: 19/12/2024

Câu	Nội dung	Điểm
I-1 (1.25)	<p>Các hoành độ giao điểm</p> $x^2 + x = 3x - 1 \Leftrightarrow x = 1;$ $x^2 + x = -x \Leftrightarrow x = 0, x = -2;$ $3x - 1 = -x \Leftrightarrow x = 1/4.$ <p>Diện tích miền D:</p> $S = \int_0^{\frac{1}{4}} (x^2 + x - (-x)) dx$ $+ \int_{\frac{1}{4}}^1 (x^2 + x - (3x - 1)) dx$ $= \dots = \frac{5}{24}$	 <p style="text-align: right;">0.25</p>
I-2 (0.75)	<p>Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay miền D quanh Oy:</p> $V = 2\pi \int_0^{\frac{1}{4}} x(x^2 + x - (-x)) dx + 2\pi \int_{\frac{1}{4}}^1 x(x^2 + x - (3x - 1)) dx$ $\approx 0.458$	<p style="text-align: right;">0.5</p> <p style="text-align: right;">0.25</p>
II (1.5)	<p>Ta có <math>3 + 2 \sin \theta = 8 \sin \theta \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{6} + k2\pi</math> hoặc <math>\theta = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}</math>.</p> <p>Vậy tọa độ hai giao điểm cần tìm là <math>(4, \frac{\pi}{6})</math> và <math>(4, \frac{5\pi}{6})</math>.</p> <p>Diện tích miền phẳng theo yêu cầu bài toán</p> $A = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} [(8 \sin \theta)^2 - (3 + 2 \sin \theta)^2] d\theta$ $= \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} (60 \sin^2 \theta - 12 \sin \theta - 9) d\theta$ $= \left( 6 \cos \theta - \frac{15}{2} \sin 2\theta + \frac{21}{2} x \right) \Big _{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}}$ $= 7\pi + \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 24.5892.$	 <p style="text-align: right;">0.5</p> <p style="text-align: right;">0.5</p> <p style="text-align: right;">0.25</p> <p style="text-align: right;">0.25</p>

<p>III-1 (1.0)</p>	<p>Ta có</p> $\int \left( \frac{x}{x^2 + 4x + 13} \right) dx = \int \left( \frac{\frac{1}{2}(2x + 4)}{x^2 + 4x + 13} + \frac{2}{(x + 2)^2 + 3^2} \right) dx$ $= \underbrace{\frac{1}{2} \ln(x^2 + 4x + 13) + \frac{2}{3} \tan^{-1} \frac{x + 2}{3}}_{F(x)} + C.$ <p>Do đó</p> $\int_1^{+\infty} \left( \frac{x}{x^2 + 4x + 13} \right) dx = \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) - F(1)$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{2} \ln(x^2 + 4x + 13) + \frac{2}{3} \tan^{-1} \frac{x+2}{3} \right) - \frac{1}{2} \ln 18 - \frac{\pi}{6} = \infty$	<p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p>III-2 (1.5)</p>	<p>Thừa số tích phân</p> $I(x) = e^{\int \frac{2dx}{x}} = e^{\ln(x^2) + C_1}.$ <p>Chọn <math>I(x) = x^2</math>.</p> <p>Nghiệm tổng quát của phương trình là</p> $x^2 y = \int x^2 (3 - x^2) dx = \left( x^3 - \frac{x^5}{5} + C \right), C \text{ là hằng số.}$ <p>Với điều kiện <math>y(1) = 2</math>, ta có <math>C = \frac{6}{5}</math>.</p> <p>Vậy nghiệm cần tìm là:</p> $x^2 y = x^3 - \frac{x^5}{5} + \frac{6}{5}$	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p>IV-1 (1.0)</p>	<p>Chuỗi đã cho có dạng <math>\sum_{k=1}^{\infty} a_k</math>, với <math>a_k = \frac{(k^m + 1)(k + 2)}{k^3 + k + 1}</math>. Đặt <math>b_k = \frac{1}{k^{2-m}}</math>, ta có <math>a_k \geq 0, b_k \geq 0</math> với mọi <math>k \geq 1</math>. Do</p> $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{a_k}{b_k} = \dots = 1,$ <p>nên hai chuỗi <math>\sum_{k=1}^{\infty} a_k</math> và <math>\sum_{k=1}^{\infty} b_k</math> có cùng tính chất hội tụ hoặc phân kỳ theo Tiêu chuẩn So sánh Giới hạn.</p> <p>Mặt khác, chuỗi <math>\sum_{k=1}^{\infty} b_k</math> hội tụ khi và chỉ khi <math>2 - m &gt; 1</math>, hay <math>m &lt; 1</math>.</p> <p>Vậy chuỗi đã cho hội tụ khi <math>m &lt; 1</math></p>	<p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p>VI-2 (0.5)</p>	<p>Theo tính chất này, để tìm giá trị ước lượng của tổng của chuỗi <math>\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2}</math> với sai số không vượt quá <math>10^{-2} = 0.01</math> ta cần</p>	

	$ S - S_n  < a_{n+1} = \frac{1}{(n+1)^2} \leq 0.01.$	0.25
	<p>Nghĩa là <math>n \geq 9</math>.</p> <p>Như vậy, <math>S \approx S_9 = \dots</math> là giá trị ước lượng thỏa mãn yêu cầu.</p>	0.25
VI-3 (1.5)	<p>Chuỗi đã cho có dạng <math>\sum_{k=1}^{\infty} a_k X^k</math>, với <math>a_k = \frac{4^k}{3k^2+2}</math>, <math>X = x - 3</math>.</p> <p>Ta có</p> $L = \lim_{k \rightarrow \infty} \left  \frac{a_{k+1}}{a_k} \right  = \dots = 4,$ <p>Nên bán kính hội tụ <math>R = \frac{1}{4}</math>. Khoảng hội tụ của chuỗi <math>-\frac{1}{4} &lt; x - 3 &lt; \frac{1}{4}</math>, hay <math>\frac{11}{4} &lt; x &lt; \frac{13}{4}</math>.</p> <p>Tại <math>X = \frac{1}{4}</math> hay <math>x = \frac{13}{4}</math>: chuỗi số <math>\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{3k^2+2}</math> hội tụ theo Tiêu chuẩn So sánh (so sánh với chuỗi <math>\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}</math>).</p> <p>Tại <math>X = -\frac{1}{4}</math> hay <math>x = \frac{11}{4}</math>: chuỗi số <math>\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{3k^2+2}</math> hội tụ theo Tiêu chuẩn Chuỗi đan dấu (hoặc Tiêu chuẩn Hội tụ tuyệt đối và Tiêu chuẩn so sánh).</p> <p>Vậy tập hội tụ của chuỗi đã cho là <math>\left[ \frac{11}{4}, \frac{13}{4} \right)</math>.</p>	0.5 0.25 0.25 0.25 0.25
V (1.0)	$\text{Proj}_{\mathbf{v}} \mathbf{u} = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} \mathbf{v} = \frac{5 - 5m}{27} \mathbf{v}, \ \mathbf{v}\  = \sqrt{27}.$ $\ \text{Proj}_{\mathbf{v}} \mathbf{u}\  = 5 \Leftrightarrow  5 - 5m  = 5\sqrt{27} \Leftrightarrow m = 1 \pm \sqrt{27}.$	0.5 0.5

-----Hết-----